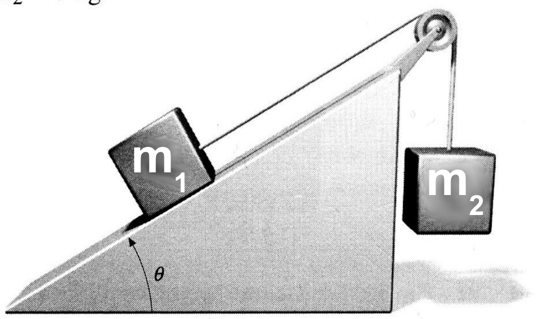
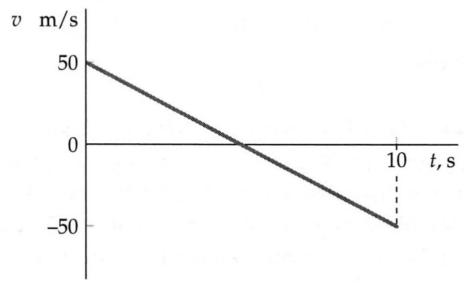
A4.26 •• Zwei Körper sind, wie in der Abbildung gezeigt, über ein masseloses Seil miteinander verbunden. Die geneigte Ebene und die Rolle seien reibungsfrei. Ermitteln Sie die Beschleunigungen der Körper und die Zugkraft im Seil a) allgemein für beliebige Werte von θ, m_1 und m_2 sowie b) für $\theta = 30°$ und $m_1 = m_2 = 5$ kg.

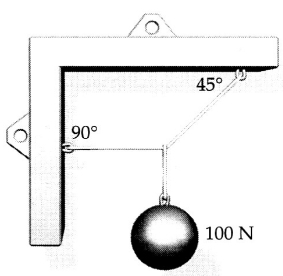


A2.33 •• Gegeben ist die abgebildete Geschwindigkeitskurve. Stellen Sie unter der Annahme, dass $x = 0$ bei $t = 0$ ist, gültige Gleichungen für $x(t)$, $v(t)$ und $a(t)$ auf, bei denen für alle Konstanten die richtigen Werte eingesetzt sind.



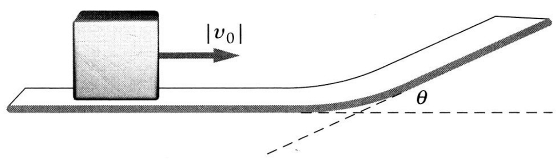
Lösungshinweis:
Beim Angeben der Gleichungen x(t), v(t) und a(t) gehen Sie von dem allgemeinen Formelansatz für eine gleichförmig beschleunigten Bewegung mit konstanter Startgeschwindigkeit v_0 und dem Startpunkt $x_0=x(t=0)=0$ aus. ($x(t)=a/2\, t^2 + v_0\, t + x_0$)
Die Konstanten der Bewegung entnehmen Sie der Zeichnung.

A4.14 • Ein 100-N-Körper ist, wie in der Abbildung gezeigt, an einem System aus Seilen aufgehängt. Wie groß ist die Zugkraft im horizontalen Seil?



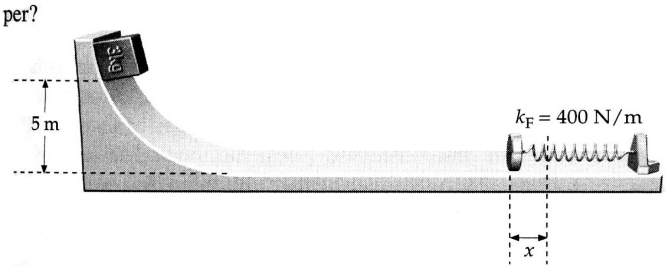
A4.12 • Auf dem Mond beträgt die Beschleunigung durch die Gravitation nur ein Sechstel der Erdbeschleunigung. Ein Astronaut, dessen Gewicht auf der Erde 600 N beträgt, reist zur Mondoberfläche. Dort wird seine Masse gemessen. Beträgt seine dort gemessene Masse a) 600 kg, b) 100 kg, c) 61,2 kg, d) 9,81 kg oder e) 360 kg?

A4.21 •• Ein Block der Masse m gleitet auf einem reibungsfreien Boden und anschließend eine reibungsfreie Rampe hinauf (siehe Abbildung). Der Winkel der Rampe ist θ, und die Geschwindigkeit des Blocks vor dem Hinaufgleiten auf die Rampe ist v_0. Der Block gleitet bis zu einer bestimmten maximalen Höhe h über dem Boden hinauf, bevor er wieder zurückzurutschen beginnt. Zeigen sie, dass h unabhängig von θ ist.

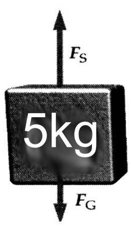


A4.22 • Eine Person in einem Fahrstuhl hält ein 10-kg-Gewicht an einer Schnur, die eine Nennbelastung bis 150 N aushält. Als der Fahrstuhl nach oben anfährt, reißt diese Schnur. Wie groß war die Beschleunigung des Fahrstuhls mindestens?

A7.8 • Der in der Abbildung gezeigte Körper mit einer Masse von 3 kg wird in einer Höhe von 5 m losgelassen und gleitet eine gewölbte, reibungsfreie Rampe hinab. Am Fuß der Rampe befindet sich eine Feder mit der Federkonstanten $k_F = 400$ N/m. Nachdem der Körper hinabgeglitten ist, drückt er die Feder um eine Strecke x zusammen, bevor er kurzzeitig zur Ruhe kommt. a) Wie groß ist x? b) Was geschieht anschließend mit dem Körper?

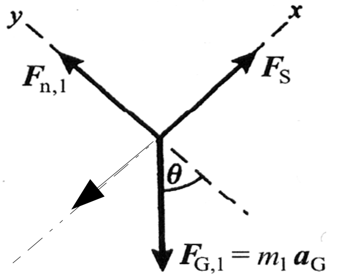


A4.15 • Auf einen Körper mit einer Masse von 5 kg an der Erdoberfläche wirkt, wie in der Abbildung gezeigt, eine vertikale Kraft $\boldsymbol{F}_S$. Berechnen Sie die Beschleunigung des Körpers, wenn a) $|\boldsymbol{F}_S| = 5$ N, b) $|\boldsymbol{F}_S| = 10$ N und c) $|\boldsymbol{F}_S| = 100$ N ist.



L4.26 Da das Seil weder durchhängt noch gedehnt wird, sind sowohl die Geschwindigkeit als auch die Beschleunigung beider Körper betragsmäßig gleich. Wir wählen für den Körper mit der Masse m_1 ein Koordinatensystem, dessen x-Achse entlang der geneigten Ebene nach oben zeigt. Die x-Achse des Körpers mit der Masse m_2 soll nach unten zeigen. Die reibungsfreie Rolle ändert lediglich die Richtung, in der die Zugkraft angreift.

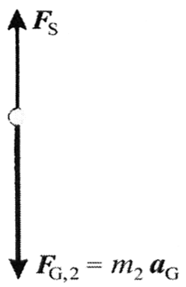
a) Wir zeichnen das Kräftediagramm für den Körper mit der Masse m_1.



Die Kraftanteile, die die Bewegung der Masse m_1 verursachen sind die Hangantriebskraft $F_{H,1}$ und die Zugkraft F_S, verursacht durch die Masse m_2 über die Umlenkrolle. Die beiden Anteile addieren sich vektoriell zu und bilden die Bewegungskraft (Trägheitskraft) von m_1.

$$F_S+F_{(H,1)}=F_S-m_1\cdot g\cdot \sin(d)=m_1\cdot a$$

Nun zeichnen wir das Kräftediagramm für den Körper m_2:



Die Kraftanteile, die die Bewegung der Masse m_2 verursachen sind die Gewichtskraft $F_{G,2}$ und die negative Zugkraft F_S, verursacht durch die Masse m_1 über die Umlenkrolle. Sie ist als Reaktionskraft entgegengesetzt gleich groß und muss sich bei der Bewegung des Gesamtsystems (beide Massen plus Zugseil herausrechnen.Die beiden Anteile addieren sich wieder vektoriell zu und bilden die Bewegungskraft (Trägheitskraft) von m_2

$$F_{(G,2)}+F_S=m_2\cdot g-F_S=m_2\cdot a$$

Nun addieren wir beide Gleichungen und lösen nach a auf:

$$a=\frac{g\,(m_2-m_1\,\sin\theta)}{m_1+m_2}\,.$$

Um die Zugkraft zu erhalten, setzen wir die Beschleunigung in eine der beiden Kräftegleichungen ein und lösen nach F_S auf:

$$F_S=\frac{g\,m_1\,m_2\,(1+\sin\theta)}{m_1+m_2}\,.$$

b) Einsetzen der Zahlenwerte liefert

$a=2{,}45\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$ und $F_S=36{,}8\ \mathrm{N}$.

Beim Addieren der beiden Gleichungen

$$F_S-m_1\cdot g\cdot\sin(d)=m_1\cdot a$$
$$m_2\cdot g-F_S=m_2\cdot a$$

hebt sich erwartungsgemäß der Anteil F_S heraus, da F_S eine Reaktionskraft ist. Sie wird verursacht durch das Zusammenspiel der beiden realen Bewegungskräften $F_{H,1}$ und $F_{G,2}$

L2.33 Die Kurve in der Abbildung bei der Aufgabenstellung beschreibt eine Bewegung mit konstanter negativer Beschleunigung. Da $v = v(t)$ eine lineare Funktion von t ist, gehen wir von der Normalformdarstellung der Geraden aus: $v(t) = at + v_0$. Aus dem Schnittpunkt mit der v_x-Achse und aus der Steigung erhalten wir $a = -10\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$ und $v_0 = 50\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$. Dies ergibt $v(t) = (-10\ \mathrm{m \cdot s^{-2}})t + 50\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$.

Die allgemeinen Weggleichung x(t) lautet:

$$x(t) = \frac{a}{2} \cdot t^2 + v_0 \cdot t + x_0$$

x_0 wird aus der Bedingung (x=0 für t=0) zu $x_0 = 0$ bestimmt.

$$x(t) = \frac{-5 \cdot m}{s^2} \cdot t^2 + \frac{50 \cdot m}{s} \cdot t$$

L4.15 a) Wir wählen ein Koordinatensystem, dessen positive y-Richtung nach oben zeigt, und wenden das zweite Newton'sche Axiom $\sum F_y = m a_y$ auf den Körper an:

$F_S - F_G = F_S - mg = ma$.

Damit erhalten wir für die Beschleunigung

$$a = \frac{F_S}{m} - g = \frac{5\ \mathrm{N}}{5\ \mathrm{kg}} - 9{,}81\ \mathrm{m \cdot s^{-2}} = -8{,}81\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}.$$

b) Das gleiche Vorgehen wie in Teilaufgabe a liefert mit $F_S = 10\ \mathrm{N}$ die Beschleunigung $a = -7{,}81\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$.

c) Bei $F_S = 100\ \mathrm{N}$ ist $a = 10{,}2\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$.

L7.8 Das betrachtete System soll die Erde, den Körper und die Feder umfassen. In diesem Fall verrichten keine äußeren Kräfte Arbeit am System, so dass seine Energie erhalten bleibt. In Höhe der Feder sei $E_{\text{pot,G}} = 0$. Somit wird die potenzielle Energie der Schwerkraft, die der 3-kg-Körper zu Beginn hat, beim Hinabgleiten in kinetische Energie umgewandelt, die anschließend weiter in potenzielle Energie der zusammengedrückten Feder umgewandelt wird.

In 5 m Höhe gibt es nur Lageenergie. Sie ist in dieser Lage auch die Gesamtenergie E

$$E_{pot} = m \cdot g \cdot h = 3\text{kg} \cdot 10\,\text{m/s}^2 \cdot 5\text{m} = 150\,\text{Nm}$$

Diese Lageenergie wird an der Feder komplett in Spannungsenergie (potentielle Energie) umgewandelt.

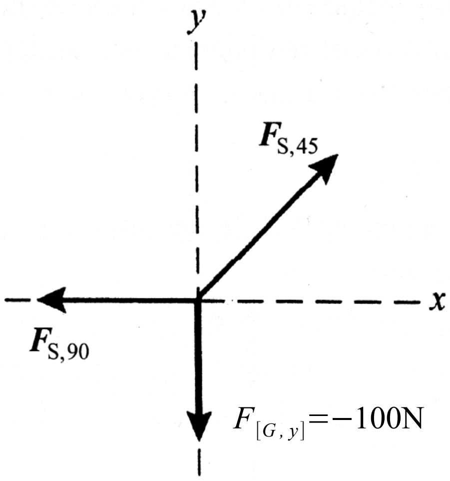
$$E_{sp} = \frac{k_F}{2} \cdot x^2 = m \cdot g \cdot h = 150\,\text{Nm}$$

Damit ergibt sich

$$x = \sqrt{\frac{2mgh}{k_F}} = \sqrt{\frac{2\,(3\text{ kg})\,(9{,}81\text{ m}\cdot\text{s}^{-2})\,(5\text{ m})}{400\text{ N}\cdot\text{m}^{-1}}} = 0{,}858\text{ m}.$$

b) Anschließend wird der Körper durch Freisetzung der in der zusammengedrückten Feder gespeicherten Energie beschleunigt, so dass er wieder die Rampe hinaufgeschoben wird, wo er – reibungsfreie Flächen vorausgesetzt – erneut eine Höhe von 5 m erreicht.

L4.14 Die Abbildung zeigt die unmittelbar über der 100-N-Masse auf den Knoten wirkenden Kräfte. Die positive x-Achse soll nach rechts und die positive y-Achse nach oben zeigen.



Der Körper befindet sich im Ruhezustand, d.h. die an ihm angreifenden Kräfte müssen sich aufheben, d.h die Summe der angreifenden Kraftvektoren ist der Nullvektor.

$$\vec{F}_{[S,90]}+\vec{F}_{[S,45]}+\vec{F}_G=\vec{0}$$

In Spaltenvektoren ausgedrückt ergibt:

$$\begin{pmatrix} F_{[S,x]} \\ 0 \end{pmatrix}+\frac{F_{[S,45]}}{\sqrt[2]{2}}\cdot\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} 0 \\ F_{[G,y]} \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Als Gleichungssystem:

$$\left.\begin{array}{l} F_{[S,x]}+\dfrac{F_{[S,45]}}{\sqrt[2]{2}}+0=0 \\ 0+\dfrac{F_{[S,45]}}{\sqrt[2]{2}}+F_{[G,y]}=0 \end{array}\right| \quad -$$

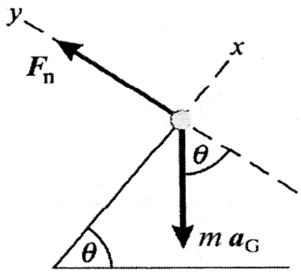
Die Subtraktion der unteren Gleichung von der oberen ergibt:

$$F_{[S,x]}-F_{[G,y]}=0$$

Damit ergibt sich:

$$\underline{\underline{F_{[S,x]}=-100\text{N}}}$$

L4.21 Die Abbildung zeigt das Kräftediagramm für den Körper, der die Rampe hinaufgleitet.



Seine Höhe h hängt gemäß

$$h = \Delta x \sin\theta \qquad (1)$$

von dem auf der Ebene zurückgelegten Weg Δx ab. Da der Block gleichförmig beschleunigt ist, hängt seine Endgeschwindigkeit gemäß

$$v_x^2 = v_{0,x}^2 + 2\,a_x\,\Delta x$$

von der Anfangsgeschwindigkeit ab. Wegen $v_x = 0$ ist

$$0 = v_{0,x}^2 + 2\,a_x\,\Delta x.$$

Auflösen nach Δx liefert

$$\Delta x = \frac{-v_{0,x}^2}{2\,a_x}. \qquad (2)$$

Wir wenden das zweite Newton'sche Axiom $\sum F_x = m\,a_x$ auf den Block an:

$$-m\,g\sin\theta = m\,a_x\,.$$

Dies lösen wir nach der Beschleunigung auf:

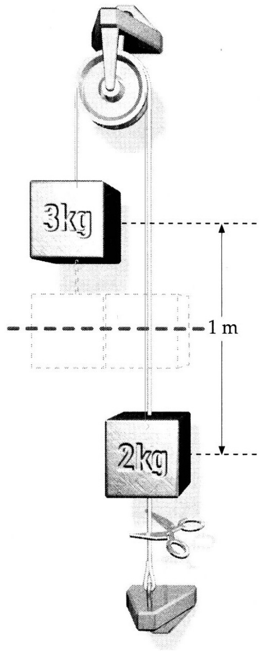
$$a_x = -g\sin\theta. \qquad (3)$$

Einsetzen der Gleichungen 2 und 3 in Gleichung 1 ergibt für die Höhe

$$h = \Delta x \sin\theta = \left(\frac{v_{0,x}^2}{2\,g\sin\theta}\right)\sin\theta = \frac{v_{0,x}^2}{2\,g}\,.$$

Offensichtlich ist die erreichte Höhe h unabhängig vom Neigungswinkel θ der Rampe.

A7.9 •• Das in der Abbildung gezeigte System ist anfangs in Ruhe. Nun wird der Faden durchgeschnitten. Wie schnell sind beide Gewichte, wenn sie die gleiche Höhe haben? Die Rolle sei reibungsfrei und ihre Masse vernachlässigbar.



A2.32 •• Die Geschwindigkeit eines Teilchens ist durch $v = (7\ \mathrm{m\cdot s^{-3}})\,t^2 - 5\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$ gegeben. Wie lautet die allgemeine Gleichung für die Ortsfunktion $x(t)$, wenn $x_0 = 0$ und $t_0 = 0$ ist?